

8. fejezet

ODE megoldás, tábla alapú szimulációk, ablakkezelés

Haladó Alkalmazott Programozás
ELTE, 2019

Közösleges differenciálegyenlet-rendszer (ODE) megoldás

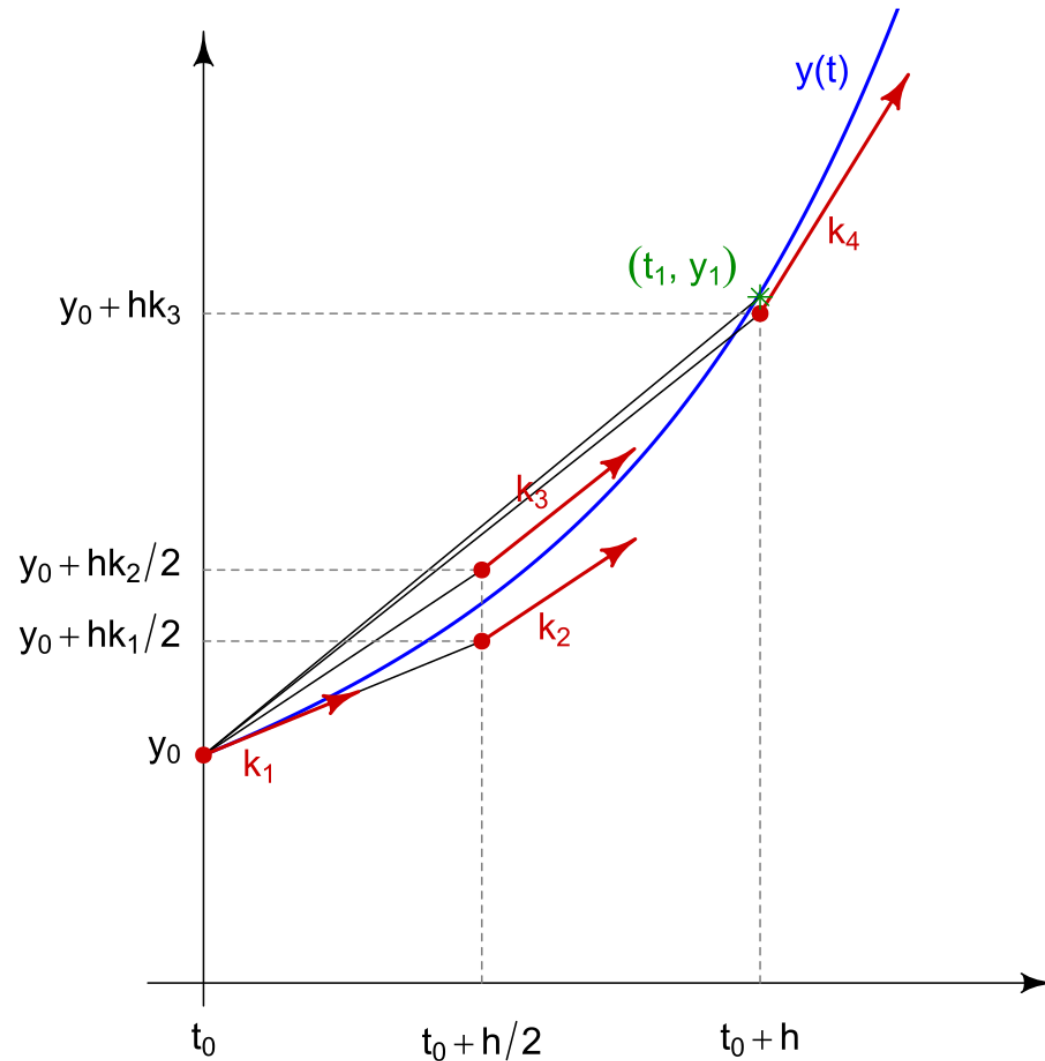
4-ed rendű Runge-Kutta

Lásd [wiki](#).

Elsőrendű közönséges differenciálegyenlet-rendszert old meg, ismert kezdőfeltétellel.

Az egyenletrendszert az alábbi alakban tekinti:

$$\frac{d\vec{y}}{dt} = \vec{f}(t, \vec{y})$$



4-ed rendű Runge-Kutta

Lásd [wiki](#). Egy lépés kódban így néz ki:

```
State k1 = f(t, y);
```

```
State k2 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k1);
```

```
State k3 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k2);
```

```
State k4 = f(t + h, y + h * k3);
```

```
y = y + (k1 + k4 + (T)2 * (k2 + k3)) * (h / (T)6);
```

```
t = t + h;
```

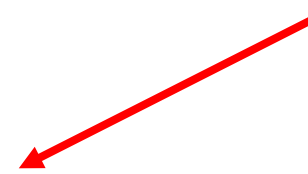
4-ed rendű Runge-Kutta

A lépéseket addig ismételjük, amíg el nem érjük azt az időpontot, ameddig integrálni akarunk:

```
T t = t0;           ← Kezdőfeltétel
State y = y0;
while(t < t1)
{
    if(t + h > t1){ h = t1 - t; }
    State k1 = f(t, y);
    State k2 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k1);
    State k3 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k2);
    State k4 = f(t + h, y + h * k3);
    y = y + (k1 + k4 + (T)2 * (k2 + k3)) * (h / (T)6);
    t = t + h;
}
```

4-ed rendű Runge-Kutta

A lépéseket addig ismételjük, amíg el nem érjük azt az időpontot, ameddig integrálni akarunk:

```
T t = t0;  
State y = y0;  
while(t < t1)  Megállási feltétel az időben  
{  
    if(t + h > t1){ h = t1 - t; }  
    State k1 = f(t, y);  
    State k2 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k1);  
    State k3 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k2);  
    State k4 = f(t + h, y + h * k3);  
    y = y + (k1 + k4 + (T)2 * (k2 + k3)) * (h / (T)6);  
    t = t + h;  
}
```

4-ed rendű Runge-Kutta

A lépéseket addig ismételjük, amíg el nem érjük azt az időpontot, ameddig integrálni akarunk:

```
T t = t0;  
State y = y0;  
while(t < t1)  
{  
    if(t + h > t1){ h = t1 - t; }  
    State k1 = f(t, y);  
    State k2 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k1);  
    State k3 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k2);  
    State k4 = f(t + h, y + h * k3);  
    y = y + (k1 + k4 + (T)2 * (k2 + k3)) * (h / (T)6);  
    t = t + h;  
}
```

Az utolsó lépésben ne lépjünk túl a határon!

4-ed rendű Runge-Kutta

A lépéseket addig ismételjük, amíg el nem érjük azt az időpontot, ameddig integrálni akarunk:

```
T t = t0;
State y = y0;
while(t < t1)
{
    if(t + h > t1){ h = t1 - t; }
    State k1 = f(t, y);
    State k2 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k1);
    State k3 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k2);
    State k4 = f(t + h, y + h * k3);
    y = y + (k1 + k4 + (T)2 * (k2 + k3)) * (h / (T)6);
    t = t + h;
    cb(t, y);
}
```

Egy callback függvény, hogy a felhasználó értesülhessen a köztes lépések eredményeiről

4-ed rendű Runge-Kutta

```
template<typename State, typename T, typename RHS, typename Callback>
auto solve_rk4(State y0, T t0, T t1, T h, RHS f, Callback cb)
{
    T t = t0; State y = y0;
    while(t < t1)
    {
        if(t + h > t1){ h = t1 - t; }
        State k1 = f(t, y);
        State k2 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k1);
        State k3 = f(t + h * (T)0.5, y + (h * (T)0.5) * k2);
        State k4 = f(t + h, y + h * k3);
        y = y + (k1 + k4 + (T)2 * (k2 + k3)) * (h / (T)6);
        t = t + h; cb(t, y);
    }
    return y;
}
```

4-ed rendű Runge-Kutta

Ebben most használhatjuk például a `Vector2` típusunkat, hogy egy két változós rendszer állapotát leírjuk.

```
Vector2<double> state, res;  
double time = 0.0, h = 1e-4;  
res = solve_rk4(state, time, time + 1.0, h,  
    [](double t, Vector2<double> y)->Vector2<double>{ ... },  
    [](double t, Vector2<double> y){ ... } );
```

4-ed rendű Runge-Kutta

Példa:

Lotka-Volterra populáció dinamikai rendszer.

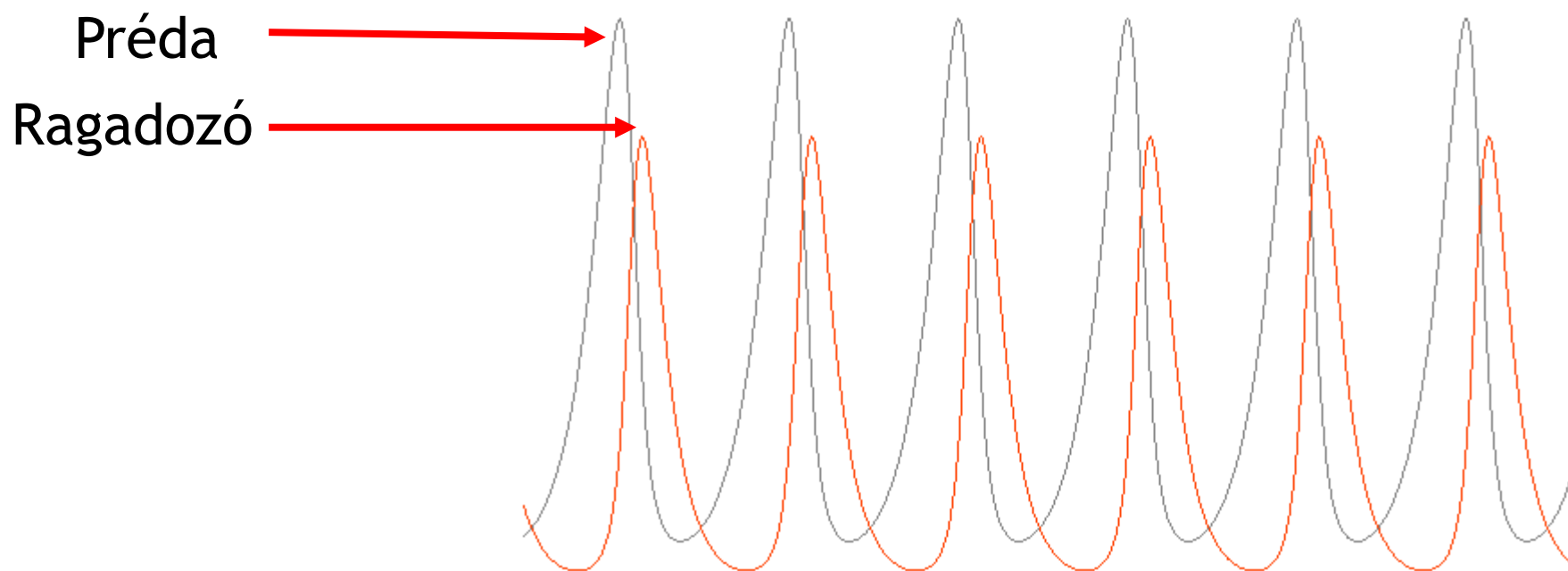
```
double a = 20., b = 1., c = 30.0, d = 1.;
```

```
[&](double t, Vector2<double> s)->Vector2<double>  
{  
    return {a*s.x      - b*s.x*s.y,  
            d*s.x*s.y - c*s.y      };  
},
```

4-ed rendű Runge-Kutta

Példa:

Lotka-Volterra populáció dinamikai rendszer.



Tábla alapú szimulációk

Tábla alapú szimulációk

Példa: Conway életjátéka ([Wiki](#))

Adott egy 2D négyzetrács, ahol minden cellának két állapota van: élő, vagy halott. A celláknak a 8 legközelebbi szomszédjával van kölcsönhatása.

- Ha egy cella él, de kevesebb, mint 2, vagy több mint 3 szomszédja él, akkor elpusztul
- Ha egy cella halott, de pontosan 3 élő szomszédja van, akkor az élővé válik
- Minden más esetben változatlan az állapota.

Tábla alapú szimulációk

Ez egy tipikus példája a tábla alapú szimulációknak, ahol a következő képpen kell eljárunk:

- Mivel egy cella új állapota nem csak az előző állapotától függ, ezért mindenképp két táblára van szükségünk! (dupla bufferelés)
- Ezek között váltakozik, hogy az egyikből olvasunk, másikba írunk, majd fordítva, ehhez egy indexet tartunk számon, ami 0-1 értéket vesz fel
- Az érdekes rész már csak az, hogy mit csinálunk a határokon...

Tábla alapú szimulációk

```
template<typename T>
struct Table2D
{
    std::vector<T> data;
    int w, h;

    T & operator()(int x, int y) { return data[y*w+x]; }
    T const& operator()(int x, int y) const { return data[y*w+x]; }

    template<typename F> void fill1(F&& f);
    template<typename F> void fill2(F&& f);
};
```


Tábla alapú szimulációk

Dupla buffer, 1 byte-ot foglal minden cella:

```
std::array<Table2D<char>, 2> table;  
int idx = 0;
```

Random inicializálás:

```
std::mt19937 mt(42);  
std::uniform_real_distribution<float> d(0.0, 1.0f);  
table[0].fill1([&](int)->char{ return d(mt) < 0.5 ? 0 : 1; });  
table[1].fill1([ ](int)->char{ return 0; });
```

Tábla alapú szimulációk

Léptetés:

```
table[1 - idx].fill12([&t = table[idx]](int x, int y)->char
{
    auto c = t(x, y);
    ...
    return c;
});
idx = 1 - idx;
```

Ebből olvasunk

Ebbe írunk

Megfordítjuk az indexeket, tehát a bufferek szerepét

Tábla alapú szimulációk

Léptetés:

```
auto c = t(x, y);  
auto xp1 = x == w-1 ? 0 : x+1;  
auto xm1 = x == 0 ? w-1 : x-1;  
auto yp1 = y == h-1 ? 0 : y+1;  
auto ym1 = y == 0 ? h-1 : y-1;  
auto sum = t(xm1, ym1) + t(x, ym1) + t(xp1, ym1)  
          + t(xm1, y) + t(xp1, y)  
          + t(xm1, yp1) + t(x, yp1) + t(xp1, yp1);
```

Aktuális cella értéke

x-y szomszédok koordinátái,
periodikus határfeltétellel!

...

Tábla alapú szimulációk

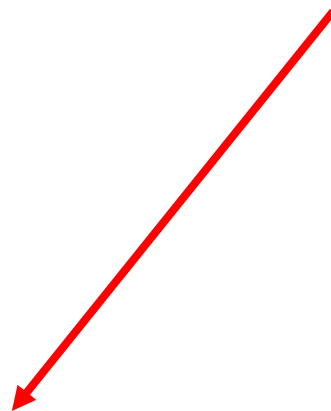
Léptetés:

A 8 szomszéd állapotának összege

(mindegyik hívás 1-et ad ha él, 0-t ha halott)

```
auto c = t(x, y);
auto xp1 = x == w-1 ? 0 : x+1;
auto xm1 = x == 0 ? w-1 : x-1;
auto yp1 = y == h-1 ? 0 : y+1;
auto ym1 = y == 0 ? h-1 : y-1;
auto sum = t(xm1, ym1) + t(x, ym1) + t(xp1, ym1)
           + t(xm1, y) + t(xp1, y)
           + t(xm1, yp1) + t(x, yp1) + t(xp1, yp1);
```

...



Tábla alapú szimulációk

Léptetés:

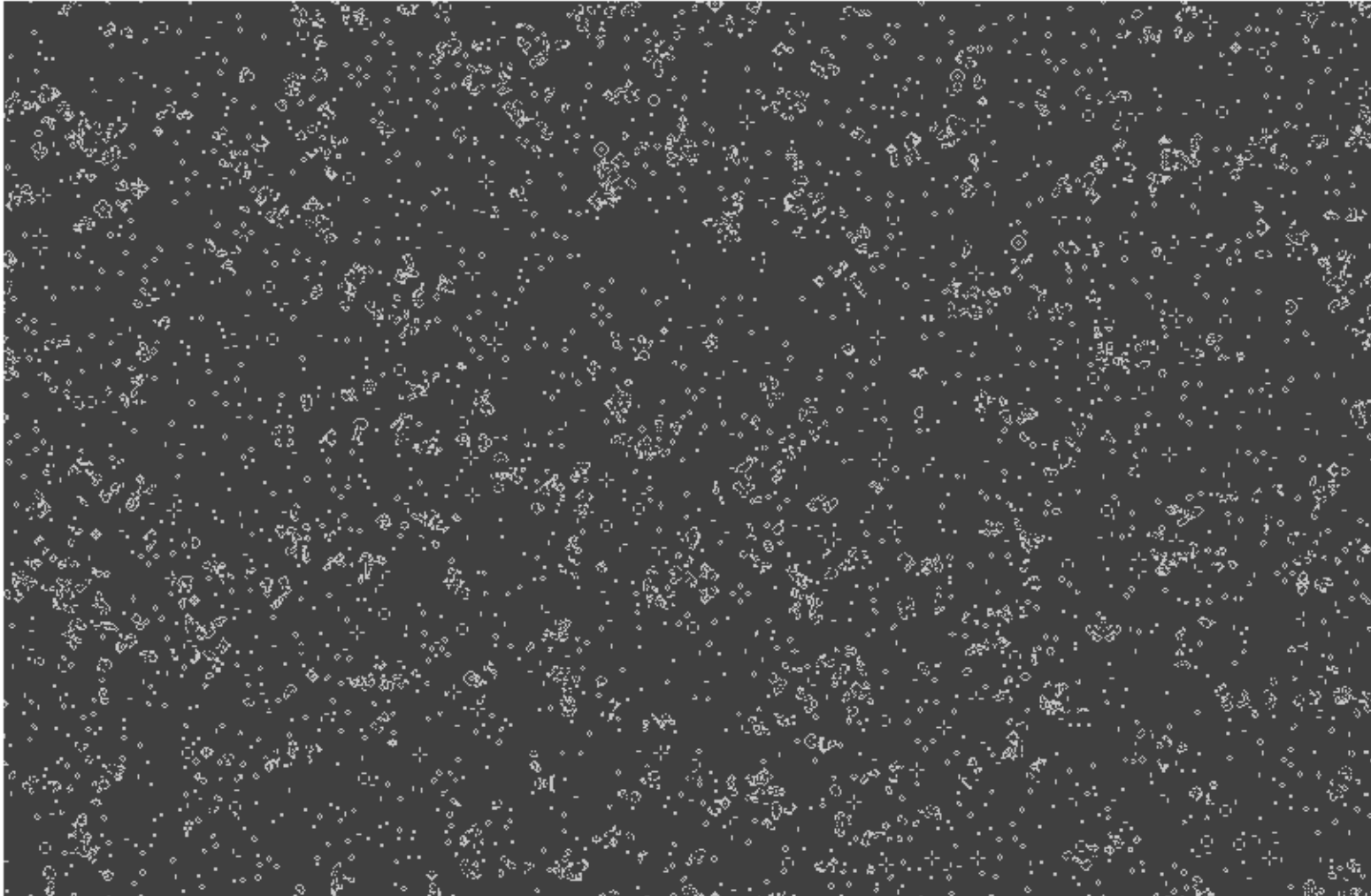
...

```
auto sum = t(xm1, ym1) + t(x, ym1) + t(xp1, ym1)
          + t(xm1, y ) + t(xp1, y )
          + t(xm1, yp1) + t(x, yp1) + t(xp1, yp1);
```

```
if(c == 0 && sum == 3) { return 1; }
if(c == 1 && (sum < 2 || sum > 3)) { return 0; }
return c;
```

Állapot átmenetek a szabályok szerint

Tábla alapú szimulációk



- Ablakkezelés

A C++ Standard Library-nak nem része semmilyen grafikai, vagy ablak kezelési szolgáltatás. Ezért ezeket külső könyvtárakon keresztül tudjuk csak megvalósítani.

Néhány elterjedt könyvtár:

- [Qt](#)
- [SFML](#)
- [SDL](#)

Problémák:

- A dependenciák kezelése C++-ban nem megoldott, ezért a függőségeket sokszor nehézkes beállítani, telepíteni (különösen Windows alatt)
- Ezek a könyvtárak régi tervezésűek és bár fokozatosan modernizálják őket, nem tudnak lépést tartani az új C++ szolgáltatásokkal, tervezési koncepciókkal
- Egyszerű feladatokra feleslegesen nagyok és bonyolultak

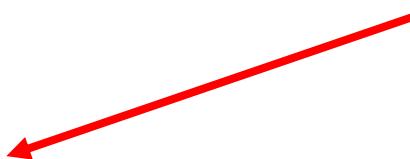
A mostani óra kedvéért nézzünk egy egyszerű ablakozó rendszert és egy szoftveres rajzolót, amivel minimális munkával tudunk egyszerű ábrákat megjeleníteni C++-ból egy ablakban.

[miniwnd](#)

CMakeLists.txt: új elemek:

```
if (UNIX)
  find_package(X11 REQUIRED)
endif ()
```

Linux / UNIX alatt az X11 könyvtárat használjuk, ennek a telepítési helyét meg tudja keresni a CMake



```
target_include_directories (${PROJECT_NAME} PRIVATE
  $<$<PLATFORM_ID:Linux>:${X11_INCLUDE_DIR}>)
```

```
if (UNIX)
  target_link_libraries (${PROJECT_NAME} PRIVATE ${X11_LIBRARIES})
endif ()
```

```
target_compile_definitions(${PROJECT_NAME} PRIVATE
  $<$<CXX_COMPILER_ID:MSVC>:_UNICODE UNICODE>)
```

CMakeLists.txt: új elemek:

```
if (UNIX)
  find_package(X11 REQUIRED)
endif ()
```

```
target_include_directories (${PROJECT_NAME} PRIVATE
  $<$<PLATFORM_ID:Linux>:${X11_INCLUDE_DIR}>)
```

```
if (UNIX)
  target_link_libraries (${PROJECT_NAME} PRIVATE ${X11_LIBRARIES})
endif ()
```

```
target_compile_definitions(${PROJECT_NAME} PRIVATE
  $<$<CXX_COMPILER_ID:MSVC>:_UNICODE UNICODE>)
```

Linux / UNIX alatt az X11
könyvtárat headerjeit hozzá
kell adni a fordításhoz



CMakeLists.txt: új elemek:


```
if (UNIX)
  find_package(X11 REQUIRED)
endif ()
```

```
target_include_directories (${PROJECT_NAME} PRIVATE
  $<$<PLATFORM_ID:Linux>:${X11_INCLUDE_DIR}>)
```

```
if (UNIX)
  target_link_libraries (${PROJECT_NAME} PRIVATE ${X11_LIBRARIES})
endif ()
```

```
target_compile_definitions(${PROJECT_NAME} PRIVATE
  $<$<CXX_COMPILER_ID:MSVC>:_UNICODE UNICODE>)
```

Linux / UNIX alatt az X11
könyvtárat binárisát hozzá kell
linkelni a targethez



CMakeLists.txt: új elemek:

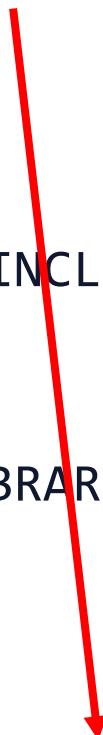
```
if (UNIX)
  find_package(X11 REQUIRED)
endif ()
```

```
target_include_directories (${PROJECT_NAME} PRIVATE
  $<$<PLATFORM_ID:Linux>:${X11_INCLUDE_DIR}>)
```

```
if (UNIX)
  target_link_libraries (${PROJECT_NAME} PRIVATE ${X11_LIBRARIES})
endif ()
```

```
target_compile_definitions(${PROJECT_NAME} PRIVATE
  $<$<CXX_COMPILER_ID:MSVC>:_UNICODE UNICODE>)
```

Windows alatt érdemes az
UNICODE kódolást és az ahhoz
tartozó API-t használni



Minimális ablak osztály:

```
#include "miniwindow.h"

int main()
{
    MainWindow wnd;

    bool res = wnd.open(L"Window name", {64, 64}, {640, 480},
        true, [&]{ return true; });

    return res ? 0 : -1;
}
```

Minimális ablak osztály:

```
#include "miniwindow.h"
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    MainWindow wnd;
```

```
    bool res = wnd.open(L"Window name", {64, 64}, {640, 480},  
                        true, [&]{ return true; });
```

```
    return res ? 0 : -1;
```

```
}
```

Az ablak objektum



Az ablak létrehozása



Minimális ablak osztály:


```
#include "miniwindow.h"
```

```
int main()
{
    MainWindow wnd;

    bool res = wnd.open(L"Window name", {64, 64}, {640, 480},
        true, [&]{ return true; });

    return res ? 0 : -1;
}
```

Az ablak felirata, kezdőpozíciója, kezdőmérete



Minimális ablak osztály:

```
#include "miniwindow.h"
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    MainWindow wnd;
```

Legyen-e dekoráció (címsor, gombok)



```
    bool res = wnd.open(L"Window name", {64, 64}, {640, 480},  
                        true, [&]{ return true; });
```

```
    return res ? 0 : -1;
```

```
}
```

Minimális ablak osztály:

```
#include "miniwindow.h"
```

```
int main()  
{
```

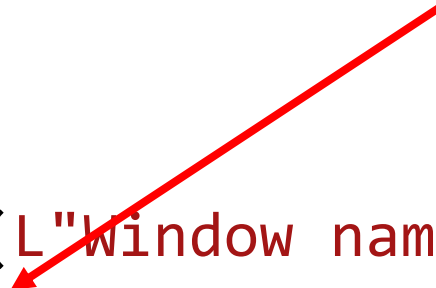
```
    MainWindow wnd;
```

```
    bool res = wnd.open(L"Window name", {64, 64}, {640, 480},  
                        true, [&]{ return true; });
```

```
    return res ? 0 : -1;
```

```
}
```

Segéd inicializációs függvény, ami lefut, mielőtt az ablak létrehozása befejeződik (most nem kell nekünk)



Minimális ablak osztály:

```
#include "minwindow.h"
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    MainWindow wnd;
```

```
    bool res = wnd.open(L"Window name", {64, 64}, {640, 480},  
                        true, [&]{ return true; });
```

```
    return res ? 0 : -1;
```

```
}
```

Az ablak az open függvényben végtelen ciklusba fut: ebben kezeli le a külső eseményeket és végzi a rajzolást. Ez a függvény csak akkor tér vissza, ha becsuktuk az ablakot, vagy valami hiba történt!



Esemény kezelés:

```
MainWindow wnd;
```

```
wnd.mouseHandler([&](Mouse const& m){ });
```

```
wnd.resizeHandler([&](int w, int h, StateChange sc){ } );
```

```
wnd.idleHandler([&]{ });
```

```
wnd.exitHandler([&]{ });
```

```
wnd.renderHandler( [&](SoftwareRenderer& r){ });
```

```
bool res = wnd.open(...);
```

Esemény kezelés:

A külső eseményekről vissza hívó függvényeken keresztül értesülhetünk, de ezeket meg kell adnunk, mielőtt az open-el megnyitjuk az ablakot!

```
MainWindow wnd;
```

```
wnd.mouseHandler([&](Mouse const& m){ });
```

```
wnd.resizeHandler([&](int w, int h, StateChange sc){ } );
```

```
wnd.idleHandler([&]{ });
```

```
wnd.exitHandler([&]{ });
```

```
wnd.renderHandler( [&](SoftwareRenderer& r){ });
```

```
bool res = wnd.open(...);
```

Esemény kezelés:

Ez a függvény hívódik meg,
ha az egérrel történik valami



```
MainWindow wnd;
```

```
wnd.mouseHandler([&](Mouse const& m){ });  
wnd.resizeHandler([&](int w, int h, StateChange sc){ } );  
wnd.idleHandler([&]{ });  
wnd.exitHandler([&]{ });  
wnd.renderHandler( [&](SoftwareRenderer& r){ });
```

```
bool res = wnd.open(...);
```

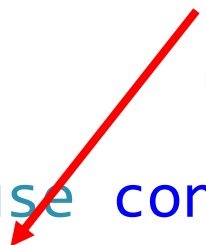
Esemény kezelés:

```
MainWindow wnd;
```

```
wnd.mouseHandler([&](Mouse const& m){ });  
wnd.resizeHandler([&](int w, int h, StateChange sc){ } );  
wnd.idleHandler([&]{ });  
wnd.exitHandler([&]{ });  
wnd.renderHandler( [&](SoftwareRenderer& r){ });
```

```
bool res = wnd.open(...);
```

Ez a függvény hívódik meg,
ha az ablakkal történik valami
(átméretezik, vagy minimalizálják,
újra felnyitják stb.)



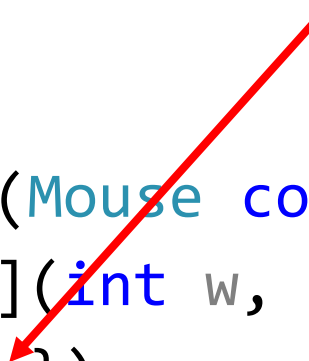
Esemény kezelés:

```
MainWindow wnd;
```

```
wnd.mouseHandler([&](Mouse const& m){ });  
wnd.resizeHandler([&](int w, int h, StateChange sc){ } );  
wnd.idleHandler([&]{ });  
wnd.exitHandler([&]{ });  
wnd.renderHandler( [&](SoftwareRenderer& r){ });
```

```
bool res = wnd.open(...);
```

Ez a függvény hívódik meg,
amikor az ablaknak éppen semmi más
dolga nincs, minden eseményt lekezelt
Itt érdemes léptetni a szimulációt.



Esemény kezelés:

Ez a függvény hívódik meg utoljára,
mielőtt az ablak visszatér az open függvényből

```
MainWindow wnd;
```

```
wnd.mouseHandler([&](Mouse const& m){ });
```

```
wnd.resizeHandler([&](int w, int h, StateChange sc){ } );
```

```
wnd.idleHandler([&]{ });
```

```
wnd.exitHandler([&]{ });
```

```
wnd.renderHandler( [&](SoftwareRenderer& r){ });
```

```
bool res = wnd.open(...);
```

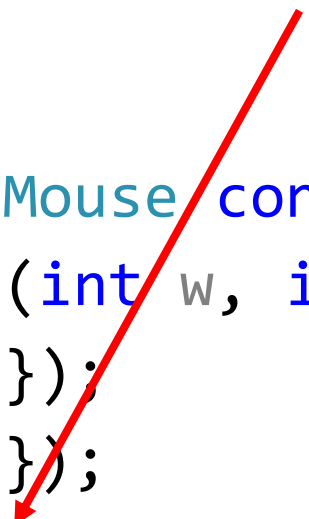
Esemény kezelés:

```
MainWindow wnd;
```

```
wnd.mouseHandler([&](Mouse const& m){ });  
wnd.resizeHandler([&](int w, int h, StateChange sc){ } );  
wnd.idleHandler([&]{ });  
wnd.exitHandler([&]{ });  
wnd.renderHandler( [&](SoftwareRenderer& r){ });
```

```
bool res = wnd.open(...);
```

Ez a függvény hívódik meg,
amikor az ablakot újra kell rajzolni



Esemény kezelés:

Konkrét példák a példakódokban.

```
struct SoftwareRenderer
```

A szoftveres renderelő szolgáltatásai jelenleg:

```
{  
    Image2D backbuffer;  
    void resize(int w, int h);  
    void setpixel(int x, int y, Color c);  
    Color getpixel(int x, int y);  
    template<typename F> void forall_pixels(F&& f);  
    template<typename T, typename F>  
    void lineplot(int x, int y, int w, int h,  
                 T xmin, T xmax, T ymin, T ymax, Color col, F&& f);  
    template<typename F>  
    void line(int x0, int y0, int x1, int y1, F&& f);  
    template<typename T, typename F>  
    void triangle(T x0, T y0, T x1, T y1, T x2, T y2, F&& f);  
    template<typename F>  
    void ellipse(int xm, int ym, int a, int b, F&& f)  
};
```

Berényi Dániel - Nagy-Egri Máté Ferenc

```
struct SoftwareRenderer
```

```
{
```

```
    Image2D backbuffer;
```

```
    void resize(int w, int h);
```

```
    void setpixel(int x, int y, Color c);
```

```
    Color getpixel(int x, int y);
```

```
    template<typename F> void forall_pixels(F&& f);
```

```
    template<typename T, typename F>
```

```
    void lineplot(int x, int y, int w, int h,
                  T xmin, T xmax, T ymin, T ymax, Color col, F&& f);
```

```
    template<typename F>
```

```
    void line(int x0, int y0, int x1, int y1, F&& f);
```

```
    template<typename T, typename F>
```

```
    void triangle(T x0, T y0, T x1, T y1, T x2, T y2, F&& f);
```

```
    template<typename F>
```

```
    void ellipse(int xm, int ym, int a, int b, F&& f)
```

```
};
```

Átméretezés

Pixelek beállítása, kiolvasása

Minden pixel módosítása
koordináta alapján

Vonal ábra egy
tetszőleges $f(x)$
függvényből

Vonal két pont között

Háromszög 3 ponttal
megadva

Ellipszis (középpont és a vízszintes,
függőleges átmérő)

```
struct SoftwareRenderer
{
    template<typename F>
    void line(int x0, int y0, int x1, int y1, F&& f);
    template<typename T, typename F>
    void triangle(T x0, T y0, T x1, T y1, T x2, T y2, F&& f);
    template<typename F>
    void ellipse(int xm, int ym, int a, int b, F&& f)
};
```

Ezeknél f az előző szint kapja meg, és az új szint adja vissza!

Egyszerű könyvtárak kép formátumok kezeléséhez, rajzoláshoz,
és sok egyébhez:

[stb](#)

Mégtöbb: [itt](#)

Beadandó feladatok

[link](#)